

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ЗОЛОТОЕ РУНО

7 класс. Геометрия–2. 07 июня 2010 года

1. Докажите, что в треугольнике  $ABC$  с углом  $B$ , равным  $60^\circ$ , биссектриса  $AL$  меньше стороны  $AB$ .
2. Дан треугольник  $ABC$ , в котором  $AC = 3BC$ . На стороне  $AC$  выбрана точка  $L$  такая, что  $AL = 2CL$ . Точка  $K$  — середина стороны  $AB$ . Найдите угол  $KLB$ .
3. Плоскость разбита на квадраты (не обязательно равные). Всегда ли на плоскости найдется отрезок длины 1, не содержащий внутренних точек квадратов разбиения?
4. Даны треугольники  $ABC$  и  $A'B'C'$ . Точки  $M$  и  $M'$  — середины сторон  $BC$  и  $B'C'$  соответственно. Оказалось, что  $AB = A'B'$  и  $AC = A'C'$ . Кроме того,  $\angle AMB = \angle A'M'B' \neq 90^\circ$ . Верно ли, что тогда треугольники  $ABC$  и  $A'B'C'$  равны?
5. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$ , а также медиана угла  $C$  треугольника  $ABC$  образовали равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите углы треугольника  $ABC$ .
6. На стороне  $BC$  равностороннего треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ . На сторонах  $AB$  и  $AC$  выбраны точки  $E$  и  $F$  таким образом, чтобы периметр треугольника  $DEF$  был минимальным. Докажите, что  $\angle EDF = 60^\circ$ .
7. Дан равнобедренный треугольник  $ABC$  с углом при вершине  $B$  равным  $20^\circ$ . На продолжении его основания  $AC$  за точку  $C$  выбрана точка  $D$  такая, что  $CB = CD$ , а на стороне  $BC$  выбрана точка  $E$  такая, что  $\angle CDE = 10^\circ$ . Найдите угол  $CAE$ .